

التنبؤ

Prediction

١-٦ مقدمة:

في المحاضرة السابقة تم عرض الأساس النظري لنموذج الانحدار الخطي البسيط، والافتراضات التي يستند عليها للحصول على تقديرات للمربعات الصغرى (OLS) تحقق خصائص المقدر الجيد غير المتحيز (BLUE)، كما تم عرض الاستدلال الإحصائي حول معالم هذا النموذج، ويشمل التقدير، واختبارات الفروض، حيث تم عرض طرق التقدير مثل طريقة العزوم وطريقة المربعات الصغرى، للحصول على التقدير بنقطة لمعاملي الانحدار (β_0, β_1) ، وكذلك اختبارات الفروض حول معنوية هذين المعاملين، كذلك تم عرض بعض مؤشرات جودة النموذج، مثل معامل التحديد R^2 ، واختبار جودة النموذج.

بعد الوصول إلى قرار يوصي بمناسبة النموذج الخطي الذي يعبر عن المتغير Y كمتغير تابع، والمتغير X كمتغير مستقل، يمكن استخدام النموذج المقدر في التنبؤ، ويشمل ما يلي:

- ١- التنبؤ بمتوسط المتغير التابع عند قيمة جديدة للمتغير المستقل X_0 ، ويرمز لهذا المتوسط بالرمز $\mu_{Y|X_0}$.
- ٢- التنبؤ بقيمة المتغير التابع عند قيمة جديدة للمتغير المستقل X_0 ، ويرمز لها بالرمز $Y_{|X_0}$.
- ٣- تقدير فترة تنبؤ $(1 - \alpha)\%$ لكل من لمتوسط $\mu_{Y|X_0}$ ، والقيمة $Y_{|X_0}$.

٢-٦ التنبؤ بمتوسط المتغير التابع

بفرض أن لدينا قيمة جديدة للمتغير المستقل ويرمز لها بالرمز X_0 ، فإن تقدير القيمة المتنبأ بها

للمتوسط $\mu_{Y|X_0}$ تحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\tilde{\mu}_{Y|X_0} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_0 \quad (6-1)$$

حيث أن $\tilde{\mu}_{Y|X_0}$ هو المتوسط المتنبأ به عند $X = X_0$ ، كما يمكن تقدير فترة تنبؤ $(1 - \alpha)\%$ لهذا المتوسط

٥٠

$$\tilde{\mu}_{Y|X_0} \pm t_{(1-\alpha/2, n-2)} S_{\tilde{\mu}} \quad (6-2)$$

حيث أن:

$t_{(1-\alpha/2, n-2)}$: هي القيمة الجدولية المستخرجة من توزيع t بدرجات حرية $(n-2)$ (درجة حرية الخطأ) ، واحتمال قدرة $(1-\alpha/2)$.

$S_{\tilde{\mu}}$: يعبر عن الانحراف المعياري (الخطأ القياسي) للمتوسط المتنبأ به، ويحسب بأخذ الجذر التربيعي الموجب لتقدير التباين، والذي يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$S_{\tilde{\mu}} = \sqrt{S^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{(n-1)S_X^2} \right)} \quad (6-3)$$

حيث أن:

$S^2 = MSE$: هو تقدير تباين الخطأ العشوائي، ويعبر في نفس الوقت عن متوسط مربعات الأخطاء العشوائية MSE .

\bar{X} : هو متوسط المشاهدات المستقلة.

S_X^2 : هو تباين المشاهدات المستقلة المحسوب من العينة ، $S_X^2 = \sum (X - \bar{X})^2 / (n-1)$.

٦-٣ التنبؤ بقيمة المتغير التابع

بفرض أن $Y_{|X_0}$ تعبر عن قيمة المتغير التابع المتنبأ بها عند القيمة $X = X_0$ ، فإن تقدير هذه القيمة

يحسب بتطبيق المعادلة التالية:

$$\tilde{Y}_{|X_0} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_0 \quad (6-4)$$

ومن ثم يعبر عن خطأ التنبؤ ε_0 بالصورة التالية:

$$Y_{|x_0} - \tilde{Y}_{|x_0} = \varepsilon_0 \quad (6-5)$$

ومن ثم يمكن تقدير فترة تنبؤ $(1 - \alpha)\%$ للقيمة $Y_{|x_0}$ ، بتطبيق المعادلة التالية:

$$\tilde{Y}_{|x_0} \pm t_{(1-\alpha/2, n-2)} S_{\tilde{Y}} \quad (6-6)$$

حيث أن $S_{\tilde{Y}}$ هو تقدير الخطأ القياسي، ويعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$S_{\tilde{Y}} = \sqrt{S^2 \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0 - \bar{X})^2}{(n-1)S_X^2} \right)} \quad (6-7)$$

تطبيق (٦-١):-

فيما يلي بيانات الضغط b_p ، والوزن w لعدد 20 شخص.

no	b-p	w
1	85.63	67.12
2	88.81	69.76
3	83.07	69.41
4	83.72	57.85
5	82.48	67.9
6	82.79	61.9
7	82.77	73.34
8	78.73	58.38
9	79.92	60
10	81.46	69.91
11	84.75	64.99
12	83.91	65.14
13	80.46	65.43
14	86.42	75.17
15	85.29	63.71
16	85.5	68.71
17	84.44	67.53
18	86.57	69.25
19	82.27	65.51
20	85.1	68.53

تم إدخال البيانات والحصول على النتائج باستخدام برنامج SPSS ، وهي:

Regression

Descriptive Statistics			
	Mean	Std. Deviation	N
blood pressur	83.7045	2.46074	20
weight	66.4790	4.53542	20

Correlations			
		blood pressur	weight
Pearson Correlation	blood pressur	1.000	.504
	Weight	.504	1.000
Sig. (1-tailed)	blood pressur	.	.012
	Weight	.012	.
N	blood pressur	20	20
	Weight	20	20

Variables Entered/Removed(b)			
Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	weight(a)	.	Enter
a All requested variables entered.			
b Dependent Variable: blood pressur			

Model Summary(b)									
Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Change Statistics				
					R Square Change	F Change	df1	df2	Sig. F Change
1	.504(a)	.254	.213	2.18292	.254	6.144	1	18	.023
a Predictors: (Constant), weight									
b Dependent Variable: blood pressur									

ANOVA(b)

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Regression	29.277	1	29.277	6.144	.023(a)
1 Residual	85.773	18	4.765		
Total	115.049	19			

a Predictors: (Constant), weight

b Dependent Variable: blood pressur

Coefficients(a)						
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	65.510	7.357		8.905	.000
	weight	.274	.110	.504	2.479	.023
a Dependent Variable: blood pressur						

Residuals Statistics(a)					
	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	81.3438	86.0837	83.7045	1.24132	20
Std. Predicted Value	-1.902	1.917	.000	1.000	20
Standard Error of Predicted Value	.49327	1.07684	.66092	.20444	20
Adjusted Predicted Value	80.5924	86.1614	83.7285	1.29238	20
Residual	-3.1805	4.2112	.0000	2.12470	20
Std. Residual	-1.457	1.929	.000	.973	20
Stud. Residual	-1.519	2.009	-.005	1.033	20
Deleted Residual	-3.5281	4.5653	-.0240	2.39859	20
Stud. Deleted Residual	-1.581	2.216	-.004	1.068	20
Mahal. Distance	.020	3.674	.950	1.264	20
Cook's Distance	.001	.284	.067	.089	20
Centered Leverage Value	.001	.193	.050	.067	20
a Dependent Variable: blood pressur					

٥٥

الجدول التالي يبين القيم المتنبأ بها عند قيم W لـ 20 شخص.

No	b_p	w	p b_p	Lo/m	up/m	lo/b_p	up/b-p
1	85.63	67.12	83.88	82.84	84.92	79.18	88.58
2	88.81	69.76	84.60	83.33	85.88	79.84	89.36
3	83.07	69.41	84.51	83.28	85.74	79.76	89.26
4	83.72	57.85	81.34	79.10	83.59	76.24	86.45
5	82.48	67.90	84.09	83.02	85.17	79.38	88.80
6	82.79	61.90	82.45	80.98	83.93	77.63	87.27
7	82.77	73.34	85.58	83.69	87.48	80.62	90.55
8	78.73	58.38	81.49	79.35	83.63	76.43	86.55
9	79.92	60.00	81.93	80.11	83.75	77.00	86.86
10	81.46	69.91	84.64	83.35	85.94	79.88	89.41
11	84.75	64.99	83.30	82.22	84.38	78.59	88.01
12	83.91	65.14	83.34	82.27	84.41	78.63	88.05
13	80.46	65.43	83.42	82.36	84.47	78.71	88.12
14	86.42	75.17	86.08	83.82	88.35	80.97	91.20
15	85.29	63.71	82.95	81.74	84.16	78.20	87.69
16	85.50	68.71	84.31	83.17	85.46	79.59	89.04
17	84.44	67.53	83.99	82.94	85.05	79.29	88.70
18	86.57	69.25	84.46	83.25	85.67	79.72	89.21
19	82.27	65.51	83.44	82.39	84.49	78.74	88.15
20	85.10	68.53	84.27	83.14	85.40	79.54	88.99