

المقارنات المصممة المتعامدة Contrasts

مقدمة

فيما سبق تم عرض نوعين من المقارنات، إحداها يتم بعد إجراء التجربة، ويشترط في ذلك أن تكون F معنوية، ويطلق عليها المقارنات الثنائية Comparisons، وهناك طرق كثيرة لإجراء مثل هذه المقارنات، وتم عرض طريقتين منها: طريقة LSD، وطريقة Duncan. وكان مما يؤخذ على هذه الاختبارات هو أن درجات حرية المعالجات (t-1) أقل من عدد المقارنات $[t(t-1)/2]$. أما النوع الثاني من المقارنات، فهو الذي يخطط له قبل إجراء التجربة، ويسمى بالمقارنات المصممة Contrasts، ومنها المقارنات المتعامدة Orthogonal، والتي تتميز بأنه يمكن إجراء عدد من المقارنات بين المتوسطات (اثنتين أو أكثر) تساوي درجات حرية المعالجات، وفي نفس الوقت تحقق الهدف من البحث.

تعريف المقارنة المصممة

هي علاقة خطية في متوسطات المعالجات أو في مجاميع مشاهدات المعالجات، بحيث تكون هذه العلاقة متعامدة (مستقلة) عن علاقة أخرى، ويمكن توضيح ذلك بالرموز والمعادلات التالية:

بفرض أن، t هي عدد المعالجات، μ_i هي متوسط المعالجة i، حيث أن

$$\mu_i = \mu + \tau_i, \quad i = 1, 2, \dots, t, \quad \text{فإن العلاقة الخطية المعبرة عن المقارنة رقم } l \text{ هي:}$$

$$Q_l = \lambda_{l1}\mu_1 + \lambda_{l2}\mu_2 + \dots + \lambda_{lt}\mu_t \quad (1)$$

وتسمى Q بالمقارنة المصممة، ولكي تكون المقارنات متعامدة يجب تحقق الشرطين

التاليين:

أ- مجموع المعاملات يساوي صفراً: $\sum_{i=1}^t \lambda_{ii} = \lambda_{i1} + \lambda_{i2} + \dots + \lambda_{it} = 0$

ب- مجموع حاصل ضرب معاملات مقارنتين Q_k, Q_l أيضاً يساوي الصفر، ففي حالة

المقارنتين Q_i, Q_j ، بالإضافة إلى الشرط الأول يجب تحقق الشرط:

$$\lambda_{i1}\lambda_{jk1} + \lambda_{i2}\lambda_{jk2} + \dots + \lambda_{it}\lambda_{jkt} = 0$$

تطبيق (١)

عند تصميم تجربة تتكون من 4 معالجات، متمثلة في إضافة فيتامين د على الحليب يساعد على تثبيت الكالسيوم، ويوجد مستويات مختلفة التركيز لهذا الفيتامين، ومن ثم يوجد مستوى ملائم من التركيز من بين المستويات التالية:

المعالجة	رمز المعالجة (التركيز)
عدم إضافة فيتامين د (معالجة ضابطة)	T_0
المستوى المنخفض من فيتامين د	T_1
المستوى المتوسط من فيتامين د	T_2
المستوى المرتفع من فيتامين د	T_3

وفي ذهن الباحث عدة تساؤلات هي.

- ١- هل إضافة فيتامين د مفيدة أم لا؟
- ٢- هل استخدام المستوى الثاني هو المستوى الذي يجب أن يوصي به الباحث أم لا؟
- ٣- هل نجح الباحث في تحديد مستويات فيتامين د.

الحل

أولاً : صياغة الفروض واشتقاق المعاملات λ_i

١- عدد المعالجات $t=4$ ، إذا توجد عدد $(t-1=3)$ درجات حرية، ويعني ذلك أن عدد المقارنات المصممة يجب أن تكون (3) مقارنات، وهي المناظرة للتساؤلات الثلاث السابقة، وفيما يلي صياغة الفروض الخاصة بهذه التساؤلات، واشتقاق المعاملات:

٢- التساؤل الأول: هل إضافة فيتامين د مفيدة أم لا ؟

ويعني ذلك أن استخدام أي تركيز يكون مفيداً من عدمه، وبمعنى آخر هل تتساوى متوسطات المعالجات μ_1, μ_2, μ_3 مع متوسط المعالجة الضابطة μ_0 ، ومن ثم لا يؤثر إضافة فيتامين د بأي تركيز على تثبيت الكالسيوم.

$$H_0 : \mu_0 = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3}$$

ولاشتقاق المعاملات يتم تحويل الفرض أعلاه إلى صورة صفرية بوضع كل المتوسطات في طرف واحد والآخر في الطرف الثاني:

$$-\mu_0 + \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3} = 0$$

$$-3\mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = 0$$

ومن ثم تكون معاملات المتوسطات هي على التوالي:

μ_0	μ_1	μ_2	μ_3
-3	1	1	1

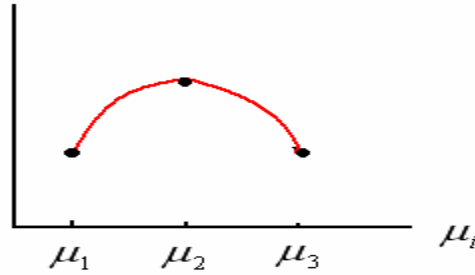
٤

وتكون العلاقة الخطية في مجاميع المعالجات هي:

$$\begin{aligned} Q_1 &= (-3)Y_{o.} + (1)Y_{1.} + (1)Y_{2.} + (1)Y_{3.} \\ &= -3Y_{o.} + Y_{1.} + Y_{2.} + Y_{3.} \end{aligned}$$

٣- التساؤل الثاني: هل المستوى الثاني هو المستوى الذي يجب أن يوصي به الباحث؟ أم لا؟

ويقصد بذلك أن المستوي الثاني يؤدي إلى تثبيت أكبر لعنصر الكالسيوم من المستوي المنخفض والمستوى المرتفع.



الاتجاه يأخذ شكل غير الخطي (تربيعي أو من الدرجة الثانية)

$$H_o : \mu_2 = \frac{\mu_1 + \mu_3}{2}$$

ولاشتقاق المعاملات يتم إتباع نفس الخطوة السابقة.

$$-\mu_2 + \frac{\mu_1 + \mu_3}{2} = 0 \quad , \quad -2\mu_2 + \mu_1 + \mu_3 = 0 \quad , \quad \mu_1 - 2\mu_2 + \mu_3 = 0$$

ومن ثم تكون معاملات المتوسطات هي:

٥

μ_o	μ_1	μ_2	μ_3
0	1	-2	1

وتكون العلاقة الخطية في مجاميع المعالجات هي:

$$Q_2 = (0)Y_o + (1)Y_1 + (-2)Y_2 + (1)Y_3.$$

$$= Y_1 - 2Y_2 + Y_3.$$

٤ - التساؤل الثالث: هل نجح الباحث في تحديد مستويات فيتامين د.

وهنا يريد الباحث اختبار ما إذا كان متوسط المعالجة الأولى μ_1 يتساوى مع متوسط المعالجة الثالثة μ_3 ، فلو كان الأمر كذلك لنجح الباحث في توصيته، وإذا كان هناك فرق معنوي، فإن وصية الباحث (التساؤل الثاني) غير صحيحة لأنه من الممكن أن يكون أحد المتوسطين (الأول أو الثالث) أعلى من المتوسط الثاني، ومن ثم يجب مراجعة نفسه في هذه التجربة، ونرجع الآن إلى كيفية اشتقاق المعاملات:

$$H_o : \mu_1 = \mu_3$$

$$- \mu_1 + \mu_3 = 0$$

ومن ثم تكون معاملات المتوسطات هي على التوالي :

μ_o	μ_1	μ_2	μ_3
0	-1	0	1

وتكون العلاقة الخطية في مجاميع المعالجات هي:

٦

$$Q_3 = (0)Y_{0\cdot} + (-1)Y_{1\cdot} + (0)Y_{2\cdot} + (1)Y_{3\cdot}$$

$$= -Y_{1\cdot} + Y_{3\cdot}$$

وفيما يلي ملخص لهذه المعاملات:

العلاقات	μ_0	μ_1	μ_2	μ_3
	$Y_{0\cdot}$	$Y_{1\cdot}$	$Y_{2\cdot}$	$Y_{3\cdot}$
Q_1	-3	1	1	1
Q_2	0	1	-2	1
Q_3	0	-1	0	1

ويلاحظ أن المقارنات الثلاث تحقق شرط التعامد، كما سنبين فيما بعد:

قواعد استخدام المقارنات المصممة

١- في العلاقة الخطية:

$$Q_l = \lambda_{l1}Y_{1\cdot} + \lambda_{l2}Y_{2\cdot} + \dots + \lambda_{lt}Y_{t\cdot} = \sum_{i=1}^t \lambda_{li}Y_{i\cdot}$$

$$\sum_{i=1}^t \lambda_{li} = 0 \text{ or } \sum_{i=1}^t r_i \lambda_{li} = 0 \quad \text{إذا كان:}$$

فإن المجموع:

$$SSQ = \frac{Q_l^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{li}^2} \text{ or } SSQ = \frac{Q_l^2}{r \sum_{i=1}^t \lambda_{li}^2}$$

هو جزء من مجموع مربعات المعالجات $.SS_{tr}$

٢- إذا كان هناك مقارنتان:

٧

$$Q_l = \lambda_{l1}Y_{1.} + \lambda_{l2}Y_{2.} + \dots + \lambda_{lt}Y_{t.} = \sum_{i=1}^t \lambda_{li}Y_{i.}$$

$$Q_k = \lambda_{k1}Y_{1.} + \lambda_{k2}Y_{2.} + \dots + \lambda_{kt}Y_{t.} = \sum_{i=1}^t \lambda_{ki}Y_{i.}$$

فهما متعامدتان إذا كان مجموع حاصل ضرب معاملتهما يساوي صفراً:

$$\sum_{i=1}^t \lambda_{li}\lambda_{ki} = 0 \text{ or } \sum_{i=1}^t r_i \lambda_{li}\lambda_{ki} = 0$$

ويمكن بيان ذلك من الجدول الخاص بالمثال السابق:

العلاقات	μ_o	μ_1	μ_2	μ_3	Sum
	$Y_{0.}$	$Y_{1.}$	$Y_{2.}$	$Y_{3.}$	
Q_1	-3	1	1	1	0
Q_2	0	1	-2	1	0
Q_3	0	-1	0	1	0
$Q_1 \times Q_2$	$-3 \times 0 = 0$	1	-2	1	0
$Q_1 \times Q_3$	0	-1	0	1	0
$Q_2 \times Q_2$	0	-1	0	1	0

٣- إذا كانت هناك مقارنتان متعامدتان (Q_k, Q_l) ، فإن المقدارين:

$$SSQ_l = \frac{Q_l^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{li}^2}, \quad SSQ_k = \frac{Q_k^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{ki}^2}$$

٨

مستقلان، وكل منها يشكل جزءاً مستقلاً من مجموع مربعات المعالجات SS_{tr} بدرجة حرية واحدة.

٤- إذا كان عدد المعالجات t فإنه يجب أن يكون هناك عدد من المقارنات يساوي درجات الحرية $(t-1)$ ، وعندئذ:

$$\frac{Q_1^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{1i}^2} + \frac{Q_2^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{2i}^2} + \dots + \frac{Q_{t-1}^2}{\sum_{i=1}^t r_i \lambda_{t-1,i}^2} = SS_{tr}$$

٥- يمكن تكوين جدول تحليل تباين علي الصورة التالية:

S.O.V	Df	SS	MS	F
Treatment	t-1	SS_{tr}	MS_{tr}	MS_{tr}/MSE
Q ₁	1	SSQ_1	MSQ_1	MSQ_1/MSE
Q ₂	1	SSQ_2	MSQ_2	MSQ_2/MSE
.
.
.
Q _{t-1}	1	SSQ_{t-1}	MSQ_{t-1}	MSQ_{t-1}/MSE
Error	r-t	SSE	MSE	
Total	r-1	SSTo		

حيث أن : $MSQ_i/MSE \sim F_{(1,r-t)}$ ، $i = 1,2,\dots,t-1$.

تطبيق (٢)

إذا كانت إحدى شركات إنتاج مياه الشرب لديها أربع أساليب لتنقية وتحلية المياه كل من الأسلوبين (B, D)، يعتمدان على غاز الكلور في التنقية بينما الأسلوب C يعتمد على استخدام الأشعة فوق البنفسجية، وكل من هذه الأساليب تستخدم الطرق التقليدية في تحديد عذوبة المياه. وماخرا اعتمدت الشركة على استخدام تقنية حديثة عالية التكلفة في خط الإنتاج A.

المطلوب:-

- ١ - حدد أهداف لهذه الدراسة.
- ٢ - ما هي المتغيرات الواجب تحليلها إحصائياً وما هو التحليل الإحصائي الملائم للإجابة على أهداف البحث.
- ٣ - التالي بعض القياسات التي توضح درجة عذوبة المياه لهذه الشركة.

Repeated	Plans			
	A	B	C	D
1	1.65	1.71	1.41	22.1
2	1.66	1.72	1.42	2.10
3	1.60	1.69	1.43	2.11
4	1.67	1.75	1.54	2.13
5	1.72	1.80	1.72	1.99